

Domácí úkol ze cvičení 7 – určitý integrál:

Výpočet R -integrálu integrací per partes nebo pomocí substituce:

1. $\int_{-1}^1 \arcsin^2 x \, dx$;

2. $\int_{2\sqrt{3}}^{3\sqrt{2}} \frac{1}{x\sqrt{x^2-9}} \, dx$;

3. $\int_0^{\pi} \frac{1}{1+3\cos^2 x} \, dx$.

Aplikace určitého integrálu:

1. Vypočítejte obsah elipsy $\left\{ [x, y]; \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1, a > 0, b > 0 \right\}$, .

2. Vypočítejte objem rotačního tělesa, které vznikne rotací omezené rovinné oblasti ω kolem osy x , kde oblast ω je ohraničená grafy funkcí $y = xe^x$ a $y = x$ a přímkou $x = 1$.

3. Vypočítejte délku grafu funkce $y = \frac{x^2}{2}$, $0 \leq x \leq a$.

A navíc, chcete-li : užití věty o substituci a vlastností R -integrálu :

Ukažte, že platí :

i) je-li $f \in R(-a, a)$, $a > 0$, f je funkce lichá, pak $\int_{-a}^a f(x) \, dx = 0$;

ii) je-li $f \in R(-a, a)$, $a > 0$, f je funkce sudá , pak $\int_{-a}^a f(x) \, dx = 2 \int_0^a f(x) \, dx$;